

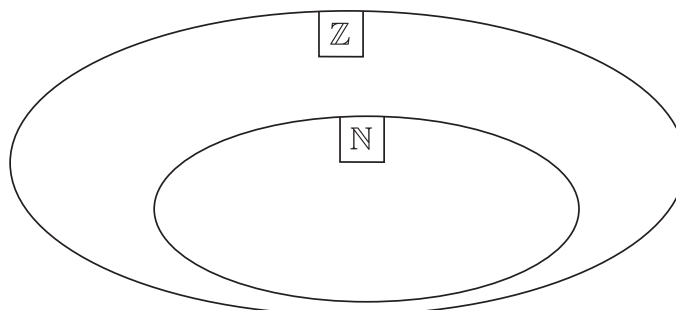
Egész számok

természetes számok (\mathbb{N})	{	pozitív egész számok: 1; 2; 3; 4; ... 0 negatív egész számok: -1; -2; -3; -4; ...	}	egész számok (\mathbb{Z})
-------------------------------------------	---	-----------------------------------------------------------------------------------------	---	-------------------------------------

1. Írd a következő számokat a halmazábra megfelelő helyére!

3; -7; |+6|; -(-5); 0; |-4|; -(+9); -11; -|-8|; 12; -|-2|

$\mathbb{Z} = \{\text{egész számok}\}$
 $\mathbb{N} = \{\text{természetes számok}\}$



2. Tegyel * jelet a táblázat megfelelő rovatába! Ha az állítás nem biztosan igaz, akkor a hamis oszlopot jelöld meg!

		Igaz	Hamis
a)	Két természetes szám összege természetes szám.		
b)	Két egész szám szorzata egész szám.		
c)	Két természetes szám különbsége természetes szám.		
d)	Két természetes szám különbsége egész szám.		
e)	Két egész szám különbsége egész szám.		
f)	Két természetes szám hányadosa természetes szám.		

3. Figyeld meg a következő számokat, és válaszolj a kérdésekre!

-20; +12; -2; +8; 0; -5; +9; -12

A felsorolt számok közül

– melyik a legkisebb szám?

– mennyi a legkisebb szám abszolút értéke?

– melyik a legnagyobb abszolút értékű szám?

EGÉSZ SZÁMOK

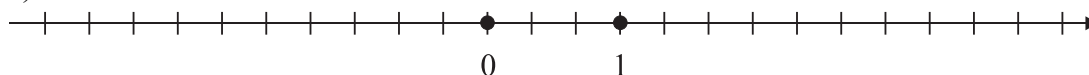
- mennyi a legnagyobb szám ellentettje?
- válaszd ki azokat, amelyeknek ellentettje legalább 5!
- válaszd ki azokat, amelyeknek abszolút értéke legfeljebb 8!

4. A számegyenesen jelöld meg azoknak a számoknak a helyét, amelyek

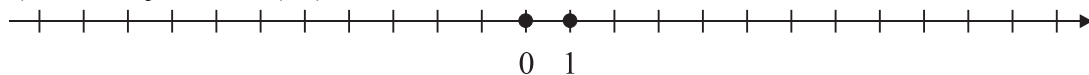
a) (-3) -nál nagyobbak, de 3 -nál kisebbek!



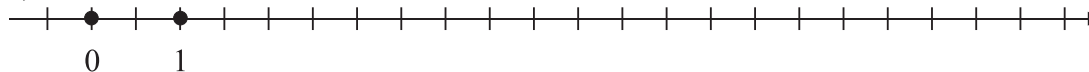
b) abszolút értéke 3 -nál kisebb!



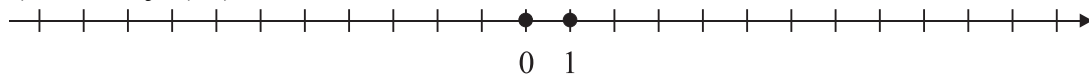
c) ellentettje kisebb (-5) -nél!



d) abszolút értéke 3 és 10 közé esik!



e) ellentettje (-7) és 8 közé esik!



5. Döntsd el, hogy igazak-e az állítások az A halmaz elemeire!

$$A = \{5, -7; 12; 3; -9; 0; -11; 7; -1\}$$

I vagy H

a) Az A halmaz elemei között 4 pozitív szám van.

b) Az A halmaz elemei között 4 nem negatív szám van.

c) Minden szám abszolút értéke legfeljebb 12 .

d) A legkisebb szám abszolút értéke a legnagyobb.

e) Vannak közöttük olyan számok, amelyeknek megegyezik az abszolút értékük.

f) Van közöttük olyan szám, amely megegyezik az abszolút értékével.

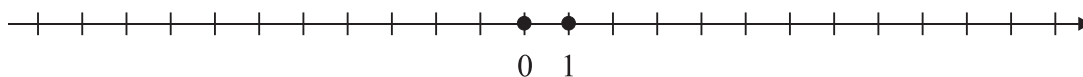
g) A legnagyobb szám ellentettje a legkisebb.

EGÉSZ SZÁMOK

6. $B = \{+3; -6; 0; -1; +7; +11; -8; -4; 5; +1; -10\}$

a) Ábrázold a számokat számegyenesen!

b) Rendezd az ellentettjeiket növekvő sorrendbe!

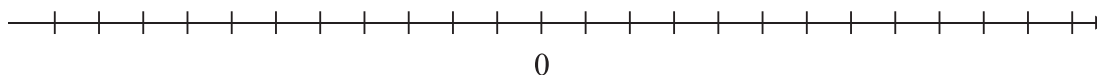


Növekvő sorrend:

7. $C = \{-5; +6; +10; -7; +9; 0; -2; -4; +5; +1; +7\}$

a) Ábrázold a következő számokat számegyenesen!

b) Rendezd az abszolút értéküket csökkenő sorrendbe!



Csökkenő sorrend:

Összeadás, kivonás az egész számok körében

Egy számot többféle módon növelhetünk, illetve csökkenthetünk, például így is:

$$(+6) + (+7) = +6 + 7 = +13$$

$$(+14) + (-9) = +14 - 9 = +5$$

$$(+6) - (-7) = +6 + 7 = +13$$

$$(+14) - (+9) = +14 - 9 = +5$$

8. Mi lesz az eredmény, ha a +36-ot változtatjuk, és

a) +13-at hozzáadunk? c) -13-at hozzáadunk?

b) +13-at kivonunk belőle? d) -13-at kivonunk belőle?

9. Mi lesz az eredmény, ha a -36-ot változtatjuk, és

a) +13-at hozzáadunk? c) -13-at hozzáadunk?

b) +13-at kivonunk belőle? d) -13-at kivonunk belőle?

10. Írj egy negatív és egy pozitív számot úgy, hogy az

- a) összegük pozitív legyen!
- b) összegük 0 legyen!
- c) összegük negatív legyen!

11. Írj egy negatív és egy pozitív számot úgy, hogy a

- a) különbségük pozitív legyen!
- b) különbségük 0 legyen!
- c) különbségük negatív legyen!

12. Pótold a hiányzó műveleti jelet, és számold ki az eredményt!

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| a) $(+12) + (-9) = +12 \square 9 =$ | (+32) + (+11) = +32 \square 11 = |
| b) $(-23) + (+15) = -23 \square 15 =$ | $(-21) + (-14) = -21 \square 14 =$ |
| c) $(-17) + (-26) = -17 \square 26 =$ | $(-10) + (+31) = -10 \square 31 =$ |
| d) $(+13) - (+5) = +13 \square 5 =$ | $(+12) - (+19) = +12 \square 19 =$ |
| e) $(-16) - (+12) = -16 \square 12 =$ | $(-24) - (+27) = -24 \square 27 =$ |
| f) $(-34) - (-18) = -34 \square 18 =$ | $(-27) - (-35) = -27 \square 35 =$ |

13. Növeld kétféleképpen

- a) +27-et 16-tal!
-
- b) -38-at 23-mal!
-

14. Csökkentsd kétféleképpen

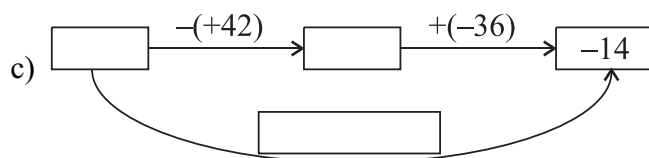
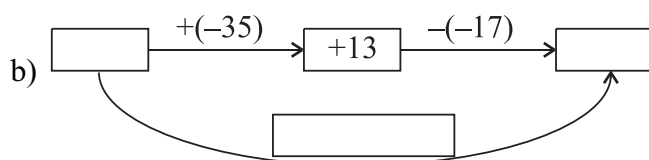
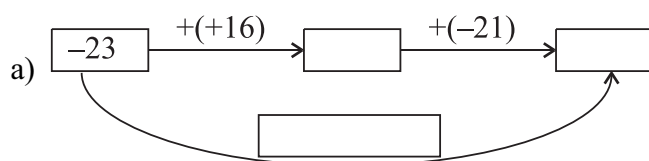
- a) +53-at 25-tel!
-
- b) -47-et 15-tel!
-

EGÉSZ SZÁMOK

15. Töltsd ki a táblázatot!

a	b	$a+b$	$a-b$	$ a +b$	$a- b $	$ a + b $	$ a - b $	$- a-b $
+25	+17							
-43	+9							
+65	-50							
0	+16							

16. Írd az üres helyekre a megfelelő számokat! Helyettesítsd egyetlen művelettel a két egymás utáni műveletet!



17. Tegyéél * jelet a táblázat megfelelő rovatába! Ha az állítás nem biztosan igaz, akkor a hamis oszlopot jelöld meg!

		Igaz	Hamis
a)	$ a + 3 > a + 3$		
b)	$b + 5 \leq b + 5$		
c)	$ c - 6 \geq c - 6$		
d)	$ d - 7 = d - 7$		
e)	$ e - 1 < e - 1 $		

Több tag összevonása például így is elvégezhető:

$$(-25) - (+13) - (-26) + (-42) - (+10) + (+35) + 17 =$$

1. lépés: Írjuk le röviden (*két jel helyett csak egy*) a feladatot!

$$= -25 - 13 + 26 - 42 - 10 + 35 + 17 =$$

2. lépés: Összegezzük külön a negatív és külön a pozitív számokat!

$$= -25 - 13 - 42 - 10 + 26 + 35 + 17 = -90 + 78 =$$

3. lépés: Összegezzük a tanult módon a kapott két számot!

$$= -12$$

18. Végezd el a következő összevonásokat!

a) $-3 + (+5) + (-4) - (+5) - (-7) =$

b) $14 + (-9) - (+17) - (-15) + 20 =$

c) $-54 + 32 + (-25) - (+43) - 36 =$

d) $76 - (+65) - 78 - (-54) + 10 =$

e) $-52 + 32 - 28 - 25 + 68 + 25 - 20 =$

19. A következő feladatokban ugyanazok a számok, műveleti jelek szerepelnek, még a felírás sorrendje is megegyezik. Eltérés csak a zárójelezésben van. Oldd meg a feladatokat! Figyeld meg az eredményt! Mikor változott, mikor nem?

a) $16 + 24 - 15 + 21 - 18 =$

$(16 + 24) - 15 + 21 - 18 =$

$(16 + 24 - 15) + 21 - 18 =$

$16 + (24 - 15) + 21 - 18 =$

$16 + 24 - (15 + 21) - 18 =$

$16 + 24 - 15 + (21 - 18) =$

b) $50 - 27 + 23 - 16 + 8 - 22 =$

$(50 - 27 + 23) - 16 + 8 - 22 =$

$50 - (27 + 23) - 16 + 8 - 22 =$

$50 - 27 + (23 - 16 + 8) - 22 =$

$50 - 27 + 23 - (16 + 8 - 22) =$

$50 - 27 + 23 - 16 + (8 - 22) =$

A tapasztalataidnak megfelelően egészítsd ki a mondatokat!

Az eredmény nem változott, ha a zárójelet tettük ki.

Az eredmény megváltozott, ha a zárójelet tettük ki.

20. Végezd el a következő összevonást $[20 + 16 - 9 + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 =]$, majd tegyél zárójeleket úgy, hogy az eredmény

a) ne változzon meg!

$$20 + 16 - 9 + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 =$$

$$20 + 16 - 9 + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 =$$

b) megváltozzon!

$$20 + 16 - 9 + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 =$$

$$20 + 16 - 9 + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 =$$

Számolással ellenőrizz!

21. Kösd össze az egyenlőket! Számítással igazold állításod!

$$8 + (6 - 4 + 12) - 11 + 7 - 5$$

$$8 + (6 - 4) + 12 - (11 - 7) - 5$$

$$12 - 9 + (17 - 14 - 5) + 10 - 7$$

$$8 + 6 - 4 - 12 + 11 + 7 - 5$$

$$8 + 6 - 4 + 12 - (11 + 7) - 5$$

$$12 - 9 + 17 - 14 - 5 + 10 - 7$$

$$12 - (9 + 17) - 14 - 5 + (10 - 7)$$

$$8 + 6 - 4 + 12 - 11 + (7 - 5)$$

$$8 + 6 - (4 + 12 - 11) + 7 - 5$$

$$12 - 9 + 17 - 14 - 5 + 10 - 7$$

$$12 - 9 + 17 - 14 - (5 + 10) - 7$$

$$12 - 9 - 17 - 14 - 5 + 10 - 7$$

22. Pótold a hiányzó számokat úgy, hogy igaz egyenlőséget kapjunk!

$$-12 - 25 + 17 + \boxed{} = 0;$$

$$24 - \boxed{} - 18 + 27 + 3 - 3 = -10;$$

$$45 - 72 + \boxed{} - (-10) + 26 - 9 = +10;$$

$$(+55) + (-76) - (-24) - \boxed{} + 42 = (+100);$$

$$-12 - 13 + 5 + \boxed{} - 4 - 8 + 9 + 2 = 0;$$

$$-23 - 27 - 32 - \boxed{} + 32 + 27 + 23 = 0.$$

Szorzás, osztás az egész számok körében

Két szám szorzása, osztása esetén:			
pozitív a szorzat	negatív a szorzat	pozitív a hányados	negatív a hányados
$(+3) \cdot (+5) = +15$	$(+3) \cdot (-5) = -15$	$(+30) : (+5) = +6$	$(+30) : (-5) = -6$
$(-3) \cdot (-5) = +15$	$(-3) \cdot (+5) = -15$	$(-30) : (-5) = +6$	$(-30) : (+5) = -6$

23. Alkoss az A és B halmaz elemeiből kéttényezős szorzatokat úgy, hogy az egyik tényezőt az A , a másikat a B halmaz elemeiből válaszd! Összesen hány szorzat készíthető? Közülük hány lesz pozitív?

$A = \{-13; -5; 0; +4\}$ $B = \{-10; -7; +12; +20\}$

Összesen szorzat állítható elő, közülük lesz pozitív.

24. Töltsd ki a táblázatot!

a	b	c	$ a \cdot b$	$-a \cdot c$	$a : c$	$c \cdot b$	$ a : c$	$b : c$
+24	+18	-6						
-48	+12	-3						
+65	-50	+5						
0	-60	-12						

25. Számítsd ki a $(-8) \cdot (+15)$ szorzatot! Mennyi lesz a szorzat, ha

- a) az első tényezőt kétszeresére változtatjuk, a másikat nem változtatjuk?
- b) a második tényezőt harmadrészére változtatjuk, az első nem változtatjuk?
- c) az egyik tényezőt kétszeresére, a másikat háromszorosára változtatjuk?
- d) az egyik tényezőt ötödrészére, a másikat negyed részére változtatjuk?
- e) az egyik tényezőt kétszeresére, a másikat felére változtatjuk?
- f) az egyik tényezőt harmadrészére, a másikat hatszorosára változtatjuk?

26. Számítsd ki a $(+24) \cdot (-10)$ szorzatot!

$(+24) \cdot (-10) = \dots\dots\dots$

- a) Változtasd az első tényezőjét úgy, hogy a szorzat a felére változzék!

$\dots\dots\dots$

EGÉSZ SZÁMOK

- b) Változtasd a második tényezőjét úgy,
 hogy a szorzat háromszorosára változzék!
- c) Változtasd mindkét tényezőjét úgy,
 hogy a szorzat negyedére változzék!
- d) Változtasd mindkét tényezőjét úgy,
 hogy a szorzat nyolcszorosára változzék!
- e) Hajts végre olyan változásokat a tényezőkön,
 hogy a szorzat ne változzék!

27. Kösd össze az egyenlőket!

$(-24) : (-4)$
 $(+18) : (-3)$
 $(+30) : (-5)$
 $|(-12) : (+2)|$

$(-30) : (+5)$
 $-((-18) : (-3))$
 $-|(+36) : (-6)|$

28. Számítsd ki a $(+48) : (-8)$ hányadost!

Mennyi lesz a hányados, ha

- a) az osztandót a felére változtatjuk, és az osztót nem változtatjuk?
- b) az osztandót és az osztót is a felére változtatjuk?
- c) az osztandót nem változtatjuk, és az osztót a háromszorosára változtatjuk?
- d) az osztandót a kétszeresére, és az osztót negyedrésztére változtatjuk?
- e) az osztandót a felére, és az osztót negyedrésztére változtatjuk?
- f) az osztandót a negyedrésztére, és az osztót felére változtatjuk?
- g) az osztandót és az osztót is a negyedrésztére változtatjuk?

29. Számítsd ki, mennyi: $(+48) : (-12)$!

Végezd el az utasításnak megfelelő változtatásokat, és add meg az új hányadost is!

- a) Változtasd az osztandót (az osztó változatlan) úgy,
 hogy a hányados a felére változzék!
- b) Változtasd az osztót (az osztandó változatlan) úgy,
 hogy a hányados a felére változzék!

EGÉSZ SZÁMOK

- c) Változtasd az osztandót (az osztó változatlan) úgy, hogy a hányados a kétszeresére változzék!
- d) Változtasd az osztót (az osztandó változatlan) úgy, hogy a hányados a háromszorosára változzék!
- e) Változtasd az osztandót és az osztót is úgy, hogy a hányados a négyszeresére változzék!
- f) Változtasd az osztandót és az osztót is úgy, hogy a hányados ne változzék!

30. Töltsd ki a táblázatokat!

·	-6	-14	+5	+8	+10
-4					
	-36				
			-45		
				+56	

	osztandó	-12	-36	+24	+72	+120
osztó	-4					
		-6				
				+6		
					-6	

Többtényezős szorzat előjelének megállapításához csak a negatív tényezők számát figyeld!

Pozitív a szorzat:

$$(+1) \cdot (+2) \cdot (+3) \cdot (+4) \cdot (+5) \cdot (+6) = (+720)$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (+3) \cdot (+4) \cdot (+5) \cdot (+6) = (+720)$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (+5) \cdot (+6) = (+720)$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) = (+720)$$

Negatív a szorzat:

$$(-1) \cdot (+2) \cdot (+3) \cdot (+4) \cdot (+5) \cdot (+6) = (-720)$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (+5) \cdot (+6) = (-720)$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (+6) = (-720)$$

31. Add meg először az előjelet, majd számítsd ki a szorzatot!

a) $(+2) \cdot (-4) \cdot (-2) =$

$(-2) \cdot (-3) \cdot (-1) =$

b) $(+4) \cdot (+1) \cdot (-2) =$

$(-1) \cdot (-3) \cdot (+3) =$

EGÉSZ SZÁMOK

c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

$(-2) \cdot (+3) \cdot (-5) =$

d) $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-1) =$

$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

e) $(+3) \cdot (-1) \cdot (+5) \cdot (+2) =$

$(-1) \cdot (+1) \cdot (-1) \cdot (+2) =$

f) $(-3) \cdot 0 \cdot (+9) \cdot (+4) =$

$(-1) \cdot (+1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

32. A következő feladatokban ugyanazok a számok, műveleti jelek szerepelnek, még a felírás sorrendje is megegyezik. Eltérés csak a zárójelezésben van. Számold ki, majd figyeld meg az eredményt! Mikor változott és mikor nem?

$12 \cdot 8 : 2 \cdot 5 \cdot 6 : 3 =$

$24 : 3 \cdot 8 \cdot 4 : 2 =$

$(12 \cdot 8 : 2) \cdot 5 \cdot 6 : 3 =$

$(24 : 3) \cdot 8 \cdot 4 : 2 =$

$12 \cdot (8 : 2) \cdot 5 \cdot 6 : 3 =$

$24 : (3 \cdot 8) \cdot 4 : 2 =$

$12 \cdot (8 : 2 \cdot 5) \cdot 6 : 3 =$

$24 : 3 \cdot (8 \cdot 4) : 2 =$

$12 \cdot 8 : (2 \cdot 5) \cdot 6 : 3 =$

$24 : 3 \cdot (8 \cdot 4 : 2) =$

$12 \cdot 8 : 2 \cdot (5 \cdot 6) : 3 =$

$24 : 3 \cdot 8 \cdot (4 : 2) =$

$12 \cdot 8 : 2 \cdot 5 \cdot (6 : 3) =$

$24 : (3 \cdot 8) \cdot (4 : 2) =$

A tapasztalataidnak megfelelően egészítsd ki a mondatokat!

Az eredmény nem változott, ha a zárójelet tettük ki.

Az eredmény megváltozott, ha a zárójelet tettük ki.

Műveletek sorrendje

33. Számítsd ki!

a) $25 + (-7) \cdot (+3) - (+12) =$

b) $(-12) + (+18) : (-6) - 3 =$

c) $(16 - 20) : (-2) + (-24) : 6 =$

d) $(-24) \cdot (+4) - (+16) \cdot (-3) =$

e) $160 + (-240) : 8 - (+13) \cdot (-3) =$

EGÉSZ SZÁMOK

f) $(-450) : (+90) + 15 =$

g) $32 \cdot (-4) \cdot 5 : (-10) + 25 =$

34. Írd le a matematika nyelvén, majd számold ki!

a) (-45) és $(+9)$ összegének a tizenketted része;

b) $(+25)$ négyszeresénél 20-szal nagyobb szám hatod része;

c) (-16) és (-72) kilenced részének a különbsége;

d) (-25) és (-60) különbségének a heted része;

e) (-8) és $(+6)$ szorzatának és (-42) heted részének az összege;

f) 121 és (-11) hányadosánál 25-tel nagyobb szám kétszerese;

g) $(+19)$ és (-19) összegének háromszorosának a negyed része.

35. Töltsd ki a táblázatot!

a	b	c	$(a + b) \cdot c$	$a + b \cdot c$	$a \cdot c + b \cdot c$	$a - b \cdot c$	$-(a - b) : c$	$b + a : c$
+24	+18	-6						
-48	+12	-3						
+65	-50	+5						
0	-60	-12						
-72	0	+9						
-84	-21	+21						

36. Melyik nagyobb? Mennyivel?

a) $(-12 + 5) \cdot 12 + 9$

$-12 + 5 \cdot 12 + 9$

b) $(-15) : 5 - (+45) : 5$

$[(-15) - (+45)] : 5$

c) $(+24) \cdot 3 + (-12)$

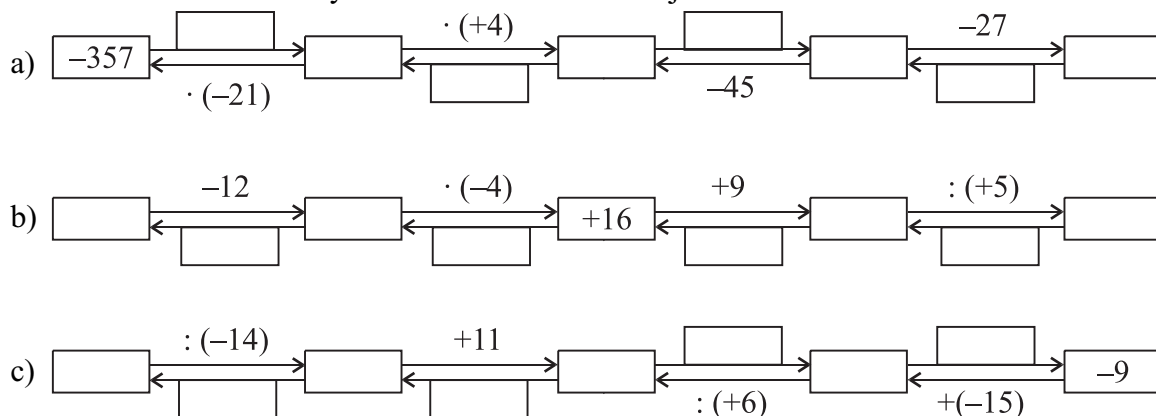
$[(+24) + (-12)] \cdot 5$

d) $[(-42) + (-63)] : (-21)$

$[(-42) + (-63)] : (+21)$

EGÉSZ SZÁMOK

37. Írd be a keretekbe a hiányzó számokat és műveleti jeleket!



38. Végezd el a műveleteket!

Keress olyan zárójelpárokat, amelyek elhagyásával nem változik a műveletsorok eredménye!
 Írd át ezeket színes ceruzával!

a) $18 \cdot [23 + (17 - 25)] : [3 \cdot (1 + 2)] =$

b) $(81 : 9) + (12 - 9) \cdot 7 + (15 - 7) =$

c) $(-5 + 7) + (-6) \cdot (12 - 20) - (23 - 3) =$

d) $-12 \cdot [6 : (-3)] + (4 - 7) - (-126) : 14 =$

39. Az adott szabály alkalmazásával írd be a hiányzó számokat!

Fogalmazd meg a szabályt más alakban! Szabály: $(x + y) \cdot (-5) = z$

x	+24		-43	-54	+19		
y	-36	+27		-42		-83	-39
z		+65	-120		+75	-115	+195

$x = \dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots$

40. Folytasd a sorozatot a felismert szabály alapján legalább három taggal!

a) 13, 6, -1, -8, , ,

b) 2, -6, +18, -54, , ,

c) 64, -32, +16, -8, , ,

41. Folytasd a sorozatot a megadott szabály alapján legalább négy taggal!

a) Szabály: Minden tag a másodiktól kezdve az előző tag háromszorosánál 9-cel kisebb.

4, 3,,,,

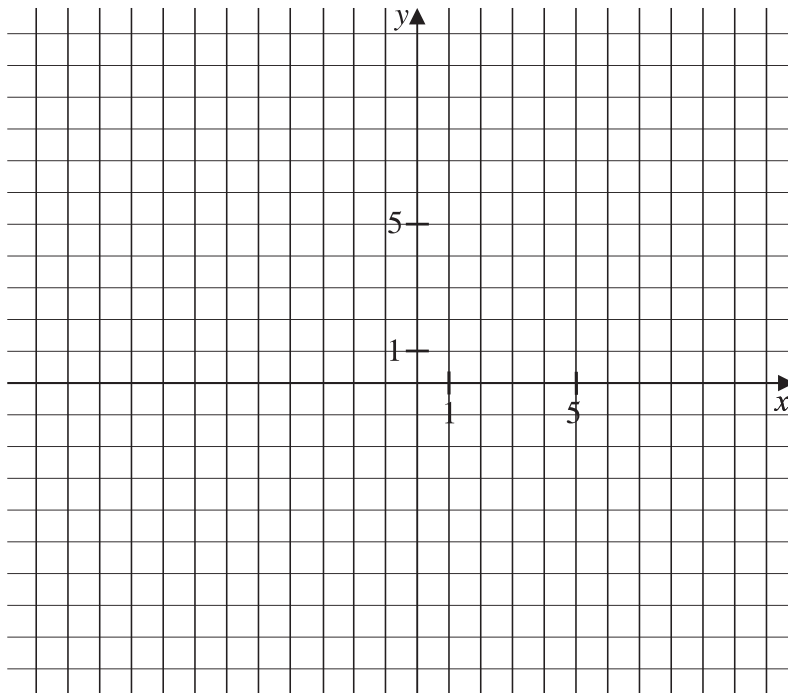
b) Szabály: Minden tag a harmadiktól kezdve az öt megelőző két tag összege!

-3, 2, -1,,,,

42. Rajzold be a jelzőszámokkal adott pontokat a koordináta rendszerbe, majd kösd össze őket a megadott sorrend szerint!

Rajzold meg a pontok tükörképét, ha a „tükör” az x tengely! Olvasd le a kapott pontok jelzőszámát!

Mit veszel észre?



$A(-4; 1)$ $A'(\quad; \quad)$; $B(-5; 9)$ $B'(\quad; \quad)$; $C(-7; 9)$ $C'(\quad; \quad)$; $D(-5; 10)$ $D'(\quad; \quad)$
 $E(-1; 5)$ $E'(\quad; \quad)$; $F(0; 6)$ $F'(\quad; \quad)$; $G(2; 1)$ $G'(\quad; \quad)$; $H(1; 3)$ $H'(\quad; \quad)$;
 $J(-3; 3)$ $J'(\quad; \quad)$

A tükrözéssel kapott pontok első jelzőszáma:

a második jelzőszám: