

## I. RÉSZ

1. Adott két halmaz.  $A$  a 9-nél kisebb páros pozitív egészek;  $B$  a 30-nál kisebb, 6-tal osztható pozitív egészek halmaza. Adja meg az  $A \cap B$  és a  $B \setminus A$  halmazokat!

✓ 2 pont

2. Andi keresett két olyan számot, amelyre teljesül, hogy  $a < b$ . Igaz-e, hogy  $|a| < |b|$ ?

✓ 2 pont

3. A  $\overline{32745x4}$  tízes számrendszerbeli számban írjon  $x$  helyére olyan számjegyet, hogy a kapott hétjegyű szám osztható legyen 12-vel!

✓ 3 pont

4. Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett  $x \mapsto x^2 - 4x + 3$  függvény szélsőértékét és annak helyét!

✓ 4 pont

5. Egy találkozón hat ember vett részt. A résztvevők egyharmada 5, ketten közülük 3, a többiek pedig 2 emberrel fogtak kezét. Szemléltesse gráffal a kézfogásokat!

✓ 2 pont

6. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad az origón, és merőleges az  $A(-1; 2)$  és a  $B(2; 7)$  pontok által meghatározott egyenesre!

✓ 3 pont

7. Melyik  $x$  valós szám esetén igaz a következő egyenlőség:  $0,2^{-x} = 25$ ?

✓ 2 pont

8. Minden fiú szereti a focit.

Válassza ki a fenti állítás tagadását az alábbiak közül!

- A) Van olyan fiú, aki szereti a focit.
- B) Nincs olyan fiú, aki szereti a focit.
- C) A lányok szeretik a focit.
- D) Van olyan fiú, aki nem szereti a focit.
- E) A lányok nem szeretik a focit.

✓ 2 pont

9. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett  $x \mapsto 2 \cos x$  függvényt a  $[-2\pi, 2\pi]$ -on!

✓ 2 pont

10. Egy 37 fős osztályban legalább hány tanulóól lehet azt állítani, hogy születésnapjuk ugyanabban a hónapban van?

✓ 3 pont

11. Mely valós  $x$ -re teljesül, hogy  $\sqrt{x-2} - 3 = 0$ ?

✓ 3 pont

**12.** Három házaspár színházba ment. Egymás mellé vettek jegyet. Hányféleképpen ülhetnek le, ha a házastársak egymás mellé akarnak ülni?

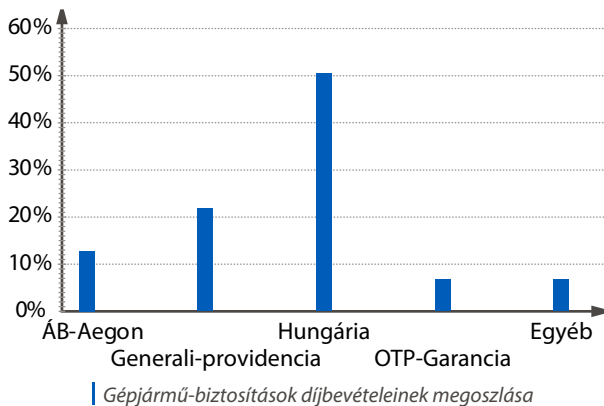
✓ **2 pont**

## II. RÉSZ

### II. A

**13. a)** Töltse ki a táblázatot az adott oszlopdiagram alapján, ha az összes díjbevétele 15 750 millió forint!

Biztosítók	Gépjármű-biztosítások díjbevételei (millió Ft)
ÁB-Aegon	
Generali-Providencia	
Hungária	
OTP-Garancia	
Egyéb	



✓ **5 pont**

**b)** Ábrázolja kördiagramon a gépjármű-biztosítások díjbevételeinek megoszlását!

✓ **7 pont**

✓ **12 pont**

**14.** Egy trapéz alapjai 2,5 és 4 cm, kiegészítő háromszögének további oldalai 1,5 és 2 cm.

**a)** Mekkora a trapéz szarai?

✓ **5 pont**

b) Mekkora a kiegészítő háromszög területe?

✓

c) Mekkora a trapéz területe?

✓

✓

**15.** Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3};$

✓

b)  $\log_3(5x - 1) - \log_3(x + 1) = 1.$

✓

✓

## II. B

**16.** Egy gyertyakészítő vállalkozás a karácsonyi vásárra olyan 3 gyertyából álló gömb alakú gyertyasorozatot dobott piacra, amelynél a gömbök sugarai egy mértani sorozat egymást követő tagjai. 1000 ilyen gyertyasorozat készítéséhez  $328,5\pi \text{ dm}^3$  térfogatú anyagot használtak fel. A gyertyasorozat legnagyobb gömbjének sugara 6 cm.

a) Mekkora a gyertyasorozat gömbjeinek sugarai?

✓

b) A vásár helyszínére történő szállításkor a gyertyasorozatok 5%-a megsérült. 2 gyertyasorozat kiválasztásakor mekkora annak a valószínűsége, hogy legalább az egyik sérült?

✓

c) A gyertyasorozat tervezett ára 1900 Ft volt a tervezett mennyiség mellett. A sérült sorozatok kivétele után hány százalékkal növelje meg a vállalkozó hibátlan termékeinek árát, ha a tervezett bevételt el szeretné érni?

✓

✓

**17.** Egy hegy magasságának meghatározásához a vízszintes terep egy egyenes útszakaszán  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokat úgy vesszük fel, hogy  $AB = BC = 100 \text{ m}$ . E pontokból a hegy csúcsa rendre  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  és  $60^\circ$ -os emelkedési szögben látszik.

a) Készítsen ábrát az adatok feltüntetésével!

✓

b) Milyen magas a hegy?

11 pont

17 pont

**18.** Az  $A$  pont abszcisszája a  $20, -1, -7, 0, 1, -7, -7, 0, -8$  számsokaság mediánja, ordinátája a számsokaság terjedelmének negyede, a  $B$  pont abszcisszája a  $20, -1, -7, 0, 1, -7, -7, 0, -8$  számsokaság módusza, ordinátája a számsokaság átlaga.

a) Határozzuk meg az  $A$ , és a  $B$  pontok koordinátáit!

6 pont

b) Írjuk fel az  $AB$  átmérőjű kör ( $k$ ) egyenletét!

4 pont


c) Illeszkedik-e a  $k$  körvonalra a  $P(-6;7)$  pont?

2 pont

d) Az  $y$  tengely mely pontjaiból látszik az  $AB$  szakasz derékszög alatt?

5 pont

17 pont

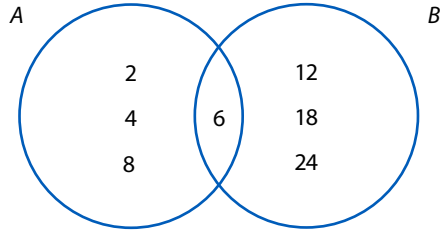
	Feladat sorszáma	Maximális pontszám	Elért pontszám
I. rész	1-12.	30	<input type="text"/>
II. A rész	13.	12	<input type="text"/>
	14.	12	<input type="text"/>
	15.	12	<input type="text"/>
II. B rész	<input type="text"/>	17	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	17	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	← Nem választott feladat sorszáma	
<b>Összpontszám:</b>		<b>100</b>	<input type="text"/>

## I. RÉSZ

**1.** Adja meg az  $A$ , illetve a  $B$  halmazokat elemeik felsorolásával, majd készítsen halmazábrát!

$$A = \{2; 4; 6; 8\};$$

$$B = \{6; 12; 18; 24\}.$$



Így az ábráról könnyen leolvasható:  $A \cap B = \{6\}$ ,  $B \setminus A = \{12; 18; 24\}$ . ✓ **2 pont**

**2.** Nem igaz, mert például  $-5 < 3$ , de  $|-5| \not< |3|$ . ✓ **2 pont**

**3.** Egy egész szám akkor és csak akkor osztható 12-vel, ha a szám osztható 3-mal és 4-gyel.

Egy szám 4-gyel akkor és csak akkor osztható, ha az utolsó két számjegye által alkotott szám osztható 4-gyel, tehát

$$(1) \quad 4 \mid \overline{x4} \Rightarrow x \in \{0; 2; 4; 6; 8\}. \quad \checkmark \quad \mathbf{1 \text{ pont}}$$

3-mal egy szám akkor és csak akkor osztható, ha a szám számjegyeinek összege osztható 3-mal, tehát

$$(2) \quad 3 \mid 3+2+7+4+5+x+4 = 25+x \Rightarrow x \in \{2; 5; 8\}. \quad \checkmark \quad \mathbf{1 \text{ pont}}$$

A feladat megoldása az (1) és (2) alapján  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 8$ . ✓ **1 pont**

**4. I. megoldás:**

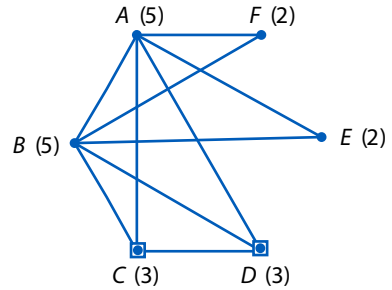
Másodfokú függvény általános alakja:  $x \mapsto ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

Mivel  $a = 1 > 0$ , ezért minimuma van; a szélsőérték (a minimum) helye:  $x = -\frac{b}{2a} = 2$ ;

a szélsőérték (a minimum):  $\frac{4ac - b^2}{4a} = -1$ . ✓ **4 pont**

**II. megoldás:** Bontsa fel az  $x^2 - 4x + 3$  kifejezést egy teljes négyzet és egy szám összegére:  $x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x-2)^2 - 1$ ! Mivel  $(x-2)^2 \geq 0$  minden  $x$ -re, ezért  $(x-2)^2 - 1 \geq -1$ , így a szélsőérték (a minimum):  $-1$ ; helye:  $x = 2$ .

**5.** A kézfogásokat egy hatszcsúszú gráffal szemléltetjük, melynek csúcsai a résztvevőket, élei pedig a kézfogásokat szemléltetik. A résztvevők egyharmada  $\frac{6}{3} = 2$ , tehát 2 csúcsnak 5 a fokszáma (az ebbe a pontba húzott élek száma), 2 csúcsnak 3, és a fennmaradó 2 csúcsnak 2. Az ezeknek az értékeknek megfelelő gráf például az ábrán látható.



✓ **2 pont**

**6.** A keresett  $e$  egyenes merőleges az  $A, B$  pontok által meghatározott egyenesre, ezért az  $\overline{AB}$   $(3; 5)$  vektor az  $e$  egyenes egy normálvektora.

✓ **1 pont**

Felírhatjuk az egyenes normálvektoros egyenletét: (1)  $n_1x + n_2y = n_1x_0 + n_2y_0$ , ahol  $(x_0; y_0)$  az egyenes egy adott pontjának koordinátái,  $(n_1; n_2)$  az egyenes egy normálvektorának  $(\vec{n})$  koordinátái.

✓ **1 pont**

Az  $e$  egyenes adott pontja:  $O(0; 0)$ ; egy normálvektora  $\vec{n}(3; 5)$  behelyettesítve (1)-be az  $e$  egyenes egyenlete:  $3x + 5y = 0$ .

✓ **1 pont**

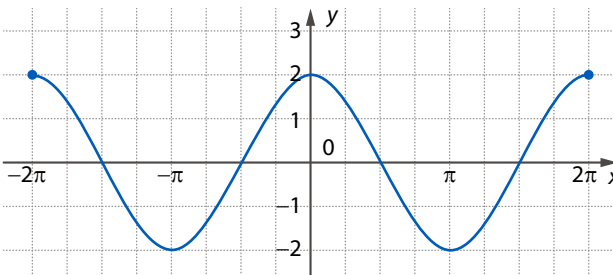
**7.** Az egyenlőség megoldáshalmaza:  $\{2\}$ .

✓ **2 pont**

**8.** Az állítás tagadása a **D** válasz.

✓ **2 pont**

**9.** Az  $x \mapsto 2 \cos x$  függvényt az  $x \mapsto \cos x$  függvény (függvényérték) transzformációjaként megkaphatjuk. Ugyanazon változóértékekhez ( $x$ -ekhez) 2-szer akkora függvényértéket rendel, így az  $x \mapsto \cos x$  függvény grafikonjának  $y$  tengely mentén történő 2-szeres nyújtásával az  $x \mapsto 2 \cos x$  függvény grafikonja megrajzolható.



✓ **2 pont**

**10.** A hónapok (skatulyák) száma 12, a tanulók száma  $37 = 3 \cdot 12 + 1$ ,

✓ **1 pont**

így a skatulyaelv szerint legalább 4 tanulórol lehet azt állítani, hogy ugyanabban a hónapban születtek.

✓ **2 pont**

**11.** Kikötés: a négyzetgyökvonás definíciója miatt  $x - 2 \geq 0$ , így  $x \geq 2$ .

Átrendezve az egyenletet (mindkét oldalhoz hozzáadunk 3-at) kapjuk, hogy:

$$\sqrt{x-2} = 3.$$

Négyzetre emelve (a négyzetre emelés ekvivalens átalakítás, mert mindkét oldal nemnegatív):

$$x - 2 = 9 \quad / +2$$

$x = 11$  a feladat megoldása, mert eleget tesz a feladat feltételeinek. ✓ **2 pont**

Ha az ekvivalens átalakítás észrevételét nem tettük meg, akkor a megoldást le kell ellenőriznünk.

(Ellenőrzés:  $\sqrt{11-2} - 3 = 0$  fennáll, ezért a feladat megoldása:  $x = 11$ .)

✓ **1 pont**

**12.** 3 házaspár sorban 3! számú „kettős” széket foglal el.

✓ **1 pont**

Minden házaspár férfi- és nőtagjának cseréje a lehetséges esetek számát megkétszerezi, tehát a feltételeknek megfelelő esetek száma:  $3! \cdot 2^3 = 48$ .

✓ **1 pont**

## II. RÉSZ

### II. A

**13. a)** A diagramról leolvasható a gépjármű-biztosítások díjbevételeinek megoszlása. Az egyes biztosítók díjbevételeit a  $d = A \frac{p}{100}$  összefüggésből megkaphatjuk, ahol  $A$  az összes díjbevétel;  $p$  az egyes biztosítók részesedése (százalékban kifejezve) a díjbevételből;  $d$  az egyes biztosítók díjbevétele (millió Ft-ban).

✓ **2 pont**

Biztosítók	Gépjárműbiztosítások díjbevételeinek megoszlása (p%)	Gépjárműbiztosítások díjbevételei (d)
ÁB-Aegon	13%	2 047,50
Generali-Providencia	22%	3 465
Hungária	51%	8 032,50
OTP-Garancia	7%	1 102,50
Egyéb	7%	1 102,50
	100%	15 750,00 = A

 **3 pont**

ÁB-Aegon esetén:  $d = 15\,750 \text{ mFt} \cdot \frac{13}{100} = 2\,047,5 \text{ mFt}$ .

Generali-Providencia esetén:  $d = 15\,750 \text{ mFt} \cdot \frac{22}{100} = 3\,465 \text{ mFt}$ .

Hungária esetén:  $d = 15\,750 \text{ mFt} \cdot \frac{51}{100} = 8\,032,5 \text{ mFt}$ .

OTP-Garancia esetén:  $d = 15\,750 \text{ mFt} \cdot \frac{7}{100} = 1\,102,5 \text{ mFt}$ .

Egyéb biztosítók esetén:  $d = 15\,750 \text{ mFt} \cdot \frac{7}{100} = 1\,102,5 \text{ mFt}$ .

 **5 pont**

**b)** A kördiagramon való ábrázoláshoz ki kell számolnunk az egyes biztosítók díjbevételeinek megfelelő körcikkek középponti szögeit az  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot p$  összefüggés alapján, ahol  $p$  az egyes biztosítók részesedése (százalékban, az ábráról leolvasható) a díjbevételből.

 **2 pont**

ÁB-Aegon esetén:  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot 13 = 46,8^\circ$ .

Generali-Providencia esetén:  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot 22 = 79,2^\circ$ .

Hungária esetén:  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot 51 = 183,6^\circ$ .

OTP-Garancia esetén:  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot 7 = 25,2^\circ$ .

Egyéb biztosítók esetén:  $\alpha^\circ = \frac{360^\circ}{100} \cdot 7 = 25,2^\circ$ .

 **3 pont**